UNIVERSITE IBN TOFAIL **Année Universitaire 2013/2014**
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
Cycle Intégré Préparatoire aux Formations d'Ingénieurs

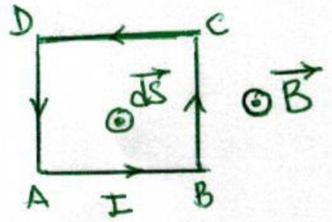
Physique 3 : Électromagnétisme

Solution D.L. N° 3 : Actions magnétiques et induction électromagnétique

Exercice 3.3. (Exercice supplémentaire)

• Dans la situation (i) : $\vec{B} = \vec{0}$ ⇒ pas d'induction.
⇒ $I = 0$ et pas de force

• Dans la situation (iii) : $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$



$$\phi(\vec{B}) = \iint_{(S)} \vec{B}.\vec{dS}$$
$$= \iint_{(S)} B_0 \vec{e}_z . dS . \vec{e}_z = \iint_{(S)} B_0 dS$$
$$= B_0 \iint_{(S)} dS = B_0 . S_{carré} = B_0 . L^2$$

$\boxed{\phi(\vec{B}) = B_0 L^2 = cste}$ Flux constant

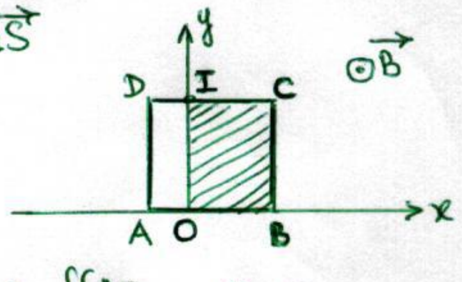
et la f.e.m d'induction : $e = -\frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{e = 0}$

Donc le courant induit est nul : $\boxed{I_{induit} = 0}$

⇒ pas de courant dans le circuit ⇒ pas de force de Laplace

Dans la situation (ii) : Le circuit entre dans la zone $B \neq 0$

• à l'instant t : $\phi(\vec{B}) = \iint_{circuit} \vec{B}.\vec{dS}$



$\phi(\vec{B}) = \iint_{(OBCI)} \vec{B}.\vec{dS}$ (car $\vec{B} = 0$ pour $x < 0$)

donc : $\phi(\vec{B}) = \iint_{(OBCI)} B_0 \vec{e}_z dS e_z = B_0 \iint_{(OBCI)} dS = B_0 S_{(OBCI)}$

$\Rightarrow \boxed{\phi(\vec{B}) = B_0 L x_B(t)}$ flux variable

$x_B(t)$ est l'abscisse du point B animé de la vitesse $v(t)$.

On considère qu'à $t = 0$, $x_B(t=0) = 0$.

- Une f.e.m induite apparait : $e = -\frac{d\phi}{dt}$

$$e = -B_0 L \frac{dx_B(t)}{dt} = -B_0 L v(t) \Rightarrow \boxed{e(t) = -B_0 L v(t)}$$

La f.e.m induite est reliée au courant induit $I(t)$ par $e(t) = R I(t) \Rightarrow I(t) = \frac{e(t)}{R}$

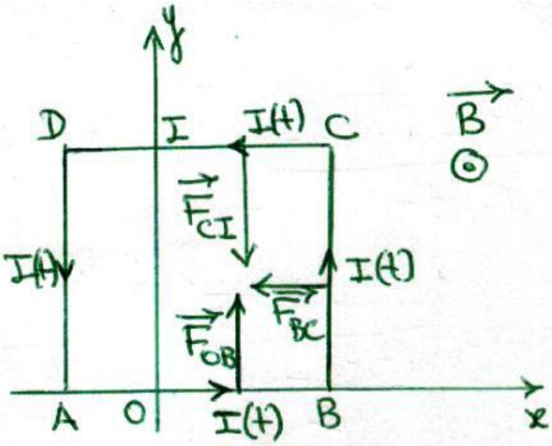
$$\Rightarrow \boxed{I(t) = -\frac{B_0 L v(t)}{R}}$$

- Forces magnétiques :

$$\boxed{\vec{F}_{AD} = \vec{F}_{ID} = \vec{F}_{DA} = \vec{0}}$$

car $\vec{B} = \vec{0}$ pour $x < 0$

$$\vec{F}_{Totale} = \vec{F}_{OB} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CI}$$



* $\boxed{\vec{F}_{OB} = -\vec{F}_{CI}}$ (voir cours) $\Rightarrow \vec{F}_{OB} + \vec{F}_{CI} = \vec{0}$

* $\vec{F}_{BC} = \int_B^C I(t)\, \vec{dl} \wedge \vec{B} = \int_B^C I(t)\, dl\, B_0\, \vec{e}_x$

$$\vec{F}_{BC} = I(t) L B_0 \vec{e}_x$$

$$\boxed{\vec{F}_{BC} = -\frac{B_0^2 L^2}{R} v(t)\, \vec{e}_x}$$

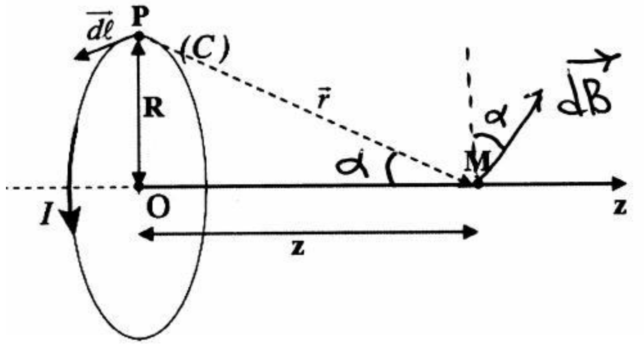
Donc : $\vec{F}_{Totale} = \vec{F}_{BC} = -\frac{B_0^2 L^2}{R} v(t)\, \vec{e}_x$

La force induite sur le circuit freine le mouvement du circuit.

C'est normal : la force s'oppose à la variation du flux de $\vec{B}$ dans le circuit qui lui a donner naissance (Loi de Lenz).

Exercice 3.5. (Exercice supplémentaire : Contrôle de rattrapage 2012-2013)

Les questions 3.5.1- et 3.5.2- ont été traitées dans l'exercice 1.7 du TD n°1.



1. Tout plan passant par (Oz) est un plan d'antisymetrie de la distribution du courant.
Donc : $\vec{B}(M)$ appartient à l'intersection de tout ces plans.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(M) = B(M)\,\vec{e_z}}$$

2. $$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl . r}{r^3}\vec{u} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2}\vec{u} \quad (\vec{dl} \perp \vec{r})$$

$$\vec{B}(M) = B(M)\,\vec{e_z} \Rightarrow \vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} . \sin\alpha\, \vec{e_z}$$

$$\vec{B}(M) = \int \vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{(spire)} \frac{dl \sin\alpha}{r^2}\, \vec{e_z}$$

Pour un point M donnée : r et α sont constantes.

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin\alpha}{r^2} \int_{(C)} dl\, \vec{e_z}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin\alpha}{r^2} . 2\pi R\, \vec{e_z}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2 r^2} \sin\alpha . R\, \vec{e_z}$$

avec : $\sin\alpha = \frac{R}{r}$ et $r^2 = z^2 + R^2$

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{e_z} \Rightarrow \boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2}\cdot\frac{R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}}\vec{e_z}}$$

$$\vec{B}(M) = I\cdot f(z)\cdot\vec{e_z} \;;\; \vec{u} = \vec{e_z} \text{ et } f(z) = \frac{\mu_0 R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}$$

3. $$\phi_{1\to 2} = \iint_{(S_2)} \vec{B}\cdot d\vec{S_2} = \iint_{(S_2)} \frac{\mu_0 I_0 R_1^2}{2(d^2+R_1^2)^{3/2}}\vec{e_z}\,d\vec{S_2}$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 R_1^2}{2(d^2+R_1^2)^{3/2}}\int_0^{R_2}\int_0^{2\pi} r\,dr\,d\theta \quad \left(d\vec{S_2} = dS_2\,\vec{e_z}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 R_1^2}{2(d^2+R_1^2)^{3/2}}\,\frac{R_2^2}{2}\cdot 2\pi$$

$$\boxed{\phi_{1\to 2} = f(d)\,I_0\,\pi R_2^2}$$

$$\phi_{1\to 2} = M_{12} I_0 \Rightarrow \boxed{M_{12} = f(d)\,\pi R_2^2}$$

4. $$\phi_{1\to 2} = f(d)\,I(t)\,\pi R_2^2$$

$$\boxed{\phi_{1\to 2} = f(d)\,\pi R_2^2\,I_0 \sin\omega t}$$

5. $$e = -\frac{d\phi}{dt} = -f(d)\,\pi R_2^2\,I_0\,\frac{d}{dt}(\sin\omega t)$$

$$\Rightarrow \boxed{e(t) = -f(d)\,\pi R_2^2\,I_0\cos(\omega t)}$$

6. La tension aux bornes de la spire (C_2) est :

$$u(t) = -e(t) = f(d)\,\pi R_2^2\,I_0\cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow u(t) = R\cdot i_2(t)$$

$$\boxed{i_2(t) = \frac{f(d)\,\pi R_2^2\,I_0}{R}\cos(\omega t)}$$